

G 1. INFINITESIMALRECHNUNG

I.

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto 1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}$ mit $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.

- 5 1. a) Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion f , und stellen Sie die Gleichungen aller Asymptoten auf.
Bestimmen Sie das Verhalten von f in der Umgebung von $x = 0$.
- 6 b) Ermitteln Sie das Monotonieverhalten von f , und geben Sie Art und Lage des Extrempunktes von G_f an. Teilergebnis: $f'(x) = \frac{2x-2}{x^3}$
- 6 c) Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten von G_f , und bestimmen Sie die Koordinaten des Wendepunktes.
- 6 d) Berechnen Sie die Werte von f an den Stellen -5 ; -2 ; -1 ; $\frac{1}{4}$; 3 und 7 .
Skizzieren Sie G_f unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse im Bereich $-7 \leq x \leq 7$ (Längeneinheit 1 cm).
Tragen Sie auch die Asymptoten in das Koordinatensystem ein.

2. Wir betrachten jetzt für $a \neq 0$ zusätzlich die Schar der Funktionen

$$g_a: x \mapsto \frac{a}{x^2}, \quad D_{g_a} = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

- 7 a) Untersuchen Sie, für welche Werte von a die Graphen von f und g_a keinen Schnittpunkt, genau einen Schnittpunkt, genau zwei Schnittpunkte haben. Geben Sie die Abszissen der möglichen Schnittpunkte an. (Beachten Sie die Definitionsmenge der Funktionen.)

In den folgenden Teilaufgaben sei $a = 4$.

- 4 b) Berechnen Sie $g_4(1)$, $g_4(2)$, $g_4(4)$, und skizzieren Sie den Graphen von g_4 unter Verwendung der Ergebnisse von Teilaufgabe 2a in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 1d.
- 6 c) Berechnen Sie den Inhalt J des Flächenstücks, das zwischen den Graphen von f und g_4 im Bereich $1 \leq x \leq 3$ liegt.