

BE

G 2. ANALYTISCHE GEOMETRIE

III.

In einem kartesischen Koordinatensystem sind gegeben:

die Ebene $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$ und $\mu \in \mathbb{R}$,

die Gerade g durch den Punkt $A(7|-13|-4)$ mit dem Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ -5 \end{pmatrix}$
und der Punkt $P(13|-9|0)$.

- 5 1. a) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform.
[Mögliches Ergebnis: $E: 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 10 = 0$]
- 4 b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts S der Geraden g und der Ebene E .
[Ergebnis: $S(1|3|6)$]
- 10 c) Berechnen Sie die Entfernung der Punkte A und S sowie den Abstand des Punktes A von der Ebene E .
Bestimmen Sie damit den Winkel φ (auf ganze Grad gerundet), den die Gerade g mit der Ebene E bildet.
Erläutern Sie Ihr Vorgehen anhand einer Skizze.
- 5 2. a) Zeigen Sie, daß $F(-5|-1|2)$ der Fußpunkt des Lots vom Punkt A auf die Ebene E ist.
- 9 b) Zeigen Sie, daß die Gerade g die Strecke $[FP]$ in einem Punkt T trifft, und berechnen Sie die Koordinaten von T .
[Teilergebnis: $T(4|-5|1)$]
- 7 c) Weisen Sie nach, daß der Punkt T der Mittelpunkt der Strecke $[AS]$ und zugleich der Mittelpunkt der Strecke $[FP]$ ist.
Tragen Sie die Punkte T und P in die Skizze von Teilaufgabe 1c ein.
Was folgt nun insgesamt für das Viereck $FAPS$? Begründung!