

L 2. WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG / STATISTIK

III.

Beim Biathlon-Training wird zuerst gelaufen, dann nach bestimmten Regeln geschossen, und zwar in Serien von je 5 Schüssen (5-Serie).

1. Für jeden Sportler sei zunächst die Wahrscheinlichkeit  $p$ , bei einem Schuß einen Treffer zu erzielen, konstant. Die einzelnen Schüsse erfolgen unabhängig voneinander.
  - a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Teilnehmer mit der Trefferwahrscheinlichkeit  $p = 0,6$  in einer 5-Serie mehr als drei Treffer erzielt. Wie viele 5-Serien muß dieser Teilnehmer mindestens abgeben, um mit mindestens 90% Sicherheit bei wenigstens einer 5-Serie mehr als drei Treffer zu erzielen?
  - b) Nach wie vielen Schüssen könnte ein Beobachter die Trefferwahrscheinlichkeit eines Sportlers auf 0,01 genau mit einer Sicherheit von mindestens 80% abschätzen? Verwenden Sie die Ungleichung von Tschebyschow.
2. Ein Trainer möchte wissen, ob es sich lohnt, für den ersten Schuß der 5-Serie besonders viel Zeit zu verwenden, da er glaubt, daß nach einem Fehlschuß das Selbstvertrauen und damit die Trefferwahrscheinlichkeit  $p$  sinkt.
  - a) Berechnen Sie zunächst für die konstante Trefferwahrscheinlichkeit  $p = 0,9$  die Wahrscheinlichkeit  $p_1$ , daß bei den Schüssen 2 bis 5 mindestens ein Fehlschuß erfolgt. [ Ergebnis:  $p_1 = 0,3439$  ]
  - b) In den Trainingsprotokollen werden 300 5-Serien von Schützen mit  $p = 0,9$  gesucht, bei denen der erste Schuß ein Fehlschuß war. Unter diesen 300 wird die Anzahl  $Z$  der Serien mit noch mindestens einem weiteren Fehlschuß gezählt.  
Für welche Werte von  $Z$  kann bei einem Signifikanzniveau von 5% die Hypothese  $H_0 :=$  "Die Trefferwahrscheinlichkeit nimmt nicht ab, wenn der erste Schuß ein Fehlschuß war" abgelehnt werden?  
Verwenden Sie die Normalverteilung.
3. Beim Schießen soll nun der Sportler 5 Treffer erzielen, darf aber höchstens 7 Schüsse abgeben. Für die ersten 5 Schüsse braucht er insgesamt 100 Sekunden, für jeden weiteren Schuß 40 Sekunden wegen des Nachladens. Erreicht er keine 5 Treffer, so wird die gesamte Schießzeit (einschließlich einer Strafzeit) auf 300 Sekunden festgelegt.  
Die Zufallsgröße  $X$  gebe die gesamte Schießzeit in Sekunden an.

Fortsetzung nächste Seite!

12  
3  
40

- a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung und den Erwartungswert  $E(X)$  dieser Zufallsgröße in Abhängigkeit von  $p$ . Berechnen Sie  $E(X)$  für  $p = 1; 0,9; 0,8$  in Sekunden.  
[Teilergebnis:  $E(X) = 300 - 200p^5(14 - 22p + 9p^2)$ ]
- b) Vor dem Schießen muß jeder Sportler laufen. Erfahrungsgemäß sinkt bei allen die Trefferwahrscheinlichkeit  $p$  gleichmäßig um 0,01 pro 3 Sekunden Laufzeitgewinn.  
Ein Sportler möchte seine Laufzeit um 30 Sekunden verbessern. Kann er erwarten, daß er so seine Gesamtzeit für Laufen und Schießen verringert, wenn er sonst die Trefferwahrscheinlichkeit 0,9 hat?  
Begründen Sie Ihre Antwort.