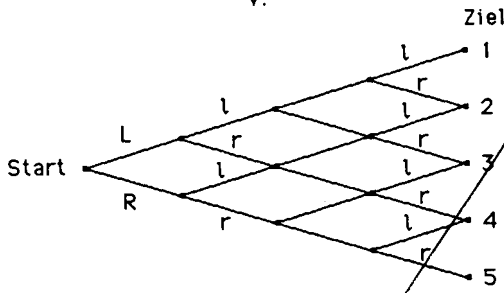
G 3. WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG / STATISTIK

V.



BE

Eine Kugel rollt in einem Wegenetz auf dem kürzesten Weg vom Start in eines der fünf Ziele. Unmittelbar nach dem Start ist für den linken Weg (L) die Wahrscheinlichkeit 0,6, für den rechten Weg (R) 0,4. An jeder nachfolgenden Wegverzweigung ist die Wahrscheinlichkeit für den linken Weg (l) und den rechten Weg (r) gleich. Als Ergebnisraum für einen Kugellauf eignet sich die Menge der 4-Tupel $\Omega = \{(Llll), (Lllr), (Llrl), \ldots, (Rrrr)\}$.

7 1. a) Geben Sie die Mengen der 4-Tupel an, die zu folgenden Ereignissen führen: A_i:="Die Kugel rollt in das Ziel i", $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

10 b) Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse?
[Teilergebnis: $p(A_5) = 0{,}05$]

5 2. a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

E_1:="Die Kugel bewegt sich nach dem Start zuerst auf dem linken Weg (L)",
E_2:="Die Kugel rollt zum Schluß auf dem rechten Weg (r) ins Ziel 2",
$E_3 := A_2 \cup A_4$ (siehe 1a). [Teilergebnis: $p(E_3) = 0{,}5$]

4 b) Zeigen Sie durch Rechnung, daß die Ereignisse E_1 und E_2 nicht stochastisch unabhängig sind.

7 3. Wie oft müßte eine Kugel mindestens starten, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99,9% mindestens einmal das Ziel 5 zu erreichen?

7 4. Jemand hat ein Modell dieses Wegenetzes gebaut und möchte seine Annahme testen, daß das Ereignis E_3 aus Teilaufgabe 2a mit der Wahrscheinlichkeit 0,5 eintritt. Er hält seine Annahme aber nur dann für bestätigt, wenn von 200 Kugelläufen mindestens 85 und höchstens 115 das Ziel 2 oder das Ziel 4 erreichen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß er seine Annahme verwirft, obwohl sie wahr ist?

40