

## G. 1. INFINITESIMALRECHNUNG

1.

Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f: x \mapsto 2 \cdot \frac{x+1}{e^{2x}}$ . Ihr Graph wird mit  $G_f$  bezeichnet.

- 2 1. a) Bestimmen Sie die Schnittpunkte von  $G_f$  mit den Koordinatenachsen.
- 6 b) Ermitteln Sie das Monotonieverhalten von  $f$ , und geben Sie Lage und Art des Extrempunktes von  $G_f$  an. [Zur Kontrolle:  $f'(x) = -2 \cdot \frac{1+2x}{e^{2x}}$ ]
- 8 c) Zeigen Sie nur mit Hilfe der 2. Ableitung der Funktion  $f$ , daß  $G_f$  genau einen Wendepunkt besitzt, und stellen Sie eine Gleichung der Wendetangente auf. [Mögliches Teilergebnis:  $2x + y - 2 = 0$ ]
- 3 d) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion  $f$  für  $x \rightarrow +\infty$ , und geben Sie eine Gleichung der Asymptoten von  $G_f$  an.  
Hinweis:  $\lim_{z \rightarrow +\infty} \frac{z}{e^z} = 0$  darf ohne Beweis verwendet werden.
- 6 e) Zeichnen Sie den Graphen  $G_f$  im Bereich  $[-1; 3]$  unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse und der Funktionswerte  $f(0,5)$  und  $f(2)$  sowie die Wendetangente in ein Koordinatensystem (Längeneinheit 2 cm) ein.
- 4 2. a) Zeigen Sie, daß die Funktion  $F: x \mapsto -e^{-2x}(x+1,5)$  mit  $D_F = \mathbb{R}$  eine Stammfunktion von  $f$  ist.
- 8 b) Im ersten Quadranten begrenzen die Wendetangente, die  $x$ -Achse, die Gerade  $x = k$  mit  $k > 1$  und der Graph  $G_f$  eine Fläche. Berechnen Sie den Inhalt  $A(k)$  dieser Fläche.
- 3 c) Kann dieser Flächeninhalt  $A(k)$  für  $k \mapsto +\infty$  beliebig groß werden? Begründen Sie Ihre Antwort.