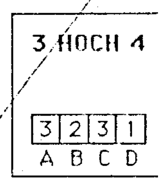
VI.

BE



Der nebenstehend abgebildete Laplace-Glücksspielautomat "3 hoch 4" erzeugt bei jedem Spiel aus den Ziffern 1, 2, 3 eine vierstellige Zahl. Dabei erscheint an jeder der Stellen A, B, C, D eine der Ziffern 1, 2, 3 mit gleicher Wahrscheinlichkeit. Jede Ziffernfolge ist gleich wahrscheinlich. Unter E_i mit $i \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ versteht man das Ereignis: "Die Ziffer 1 erscheint bei einem Spiel genau i-mal".

1. Es wird einmal gespielt.

4 a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse E_1 und E_2.

(Zur Kontrolle: $P(E_2) = \frac{24}{81}$

5 b) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse:

F := "Es erscheinen lauter gleiche Ziffern",

G := "An der Stelle B erscheint Ziffer 1".

Sind F und G unabhängig?

3 c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(\overline{F} \cap G)$.

6 d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Quersumme der vierstelligen Zahl 6 beträgt.

4 e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses: "In der vierstelligen Zahl sind genau 2 gleiche Ziffern"?

4 2. a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei 10 Spielen keine Zahl aus E_2 erzeugt wird?

6 b) Wie oft muß man mindestens spielen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99,9% wenigstens einmal eine Zahl aus E_2 erzeugt wird?

8 3. Nach einer Reparatur, die möglicherweise unsachgemäß ausgeführt wurde, soll getestet werden, ob der Glücksspielautomat noch ein Laplace-Gerät ist. Dazu wird folgende Entscheidungsregel vereinbart:
Wenn bei 100 Spielen eine Zahl aus E_2 mindestens 25mal und höchstens 34mal erscheint, dann wird die Laplace-Eigenschaft angenommen, andernfalls abgelehnt.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Glücksspielautomat irrtümlich für ein Laplace-Gerät gehalten, obwohl eine Zahl aus E_2 nur mit der

40 Wahrscheinlichkeit $p = 0{,}20$ erzeugt wird?