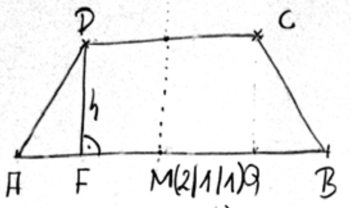
$A(4|-1|1)\ B(0|3|1)\ D(2|-1|3)$

1a
9



$g_{AB}: \cancel{\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\-1\\1\end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix}-4\\4\\0\end{pmatrix}}$

$\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\-1\\1\end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$

$[\vec{x}_0 + \alpha\vec{a} - \vec{p}]\vec{a} = 0 \Rightarrow \alpha$

$\left[\begin{pmatrix}4\\-1\\1\end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix} = 0$

$-5 + 2\alpha + 3 = 0 \Rightarrow \alpha = 1$

$\vec{x}_F = \begin{pmatrix}3\\0\\1\end{pmatrix};\ F(3|0|1)$

$\overline{DF} = \sqrt{\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}^2} = \sqrt{6}$

$\vec{OC} = \vec{OD} + 2\vec{FM}$

$= \begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix}$

$C(0|1|3)$

1b
9

$V_{Pyr} = \frac{1}{3}$ Grundfläche $\times$ Höhe
$G \times H$

$E^{P}_{ABD}: \vec{x} = \begin{pmatrix}4\\-1\\1\end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix} + \mu\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix} \Big| \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

$E^{HN}\quad \frac{\vec{x}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} - 4 \cancel{=0}}{\sqrt{3}} = 0$

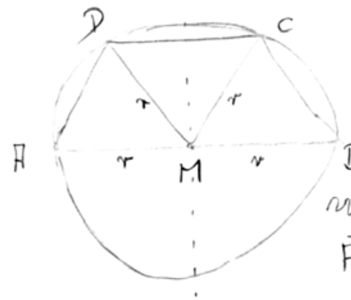
$+\frac{4}{\sqrt{3}} = H$

$G =$ Mittellinie $\times$ Höhe
$m \qquad h$

$m = \frac{1}{2}(\overline{DC} + \overline{AB}) = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\begin{pmatrix}-2\\2\\0\end{pmatrix}^2} + \sqrt{\begin{pmatrix}-4\\4\\0\end{pmatrix}^2}\right] = \frac{1}{2}(2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$

$G = 3\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}\qquad V_{Pyr} = \frac{1}{3}\, 3\sqrt{2}\sqrt{6}\cdot\frac{4}{\sqrt{3}} = 8$

1c
3



$r = 2\sqrt{2}$

$\overline{MC} = \sqrt{\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix}^2} = 2\sqrt{2}$

Das Trapez ist a-sym. $\Rightarrow \overline{MC} = \overline{MD}$ u. $\overline{AM} = \overline{MB}$

1d
3

Aus Sym. Gründen (M ist Umkreis-Mittelpkt des Trapezes) liegt der Kegel-Mittelpkt auf dem Lot durch M $\perp$ zur Ebene E_{ABD} : Lotgerade $l: \vec{x} = \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix} + \sigma\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

Ku-Mi Plt $M_i \qquad \overline{M_i A} = \overline{M_i O}$

1e
3

$E_{ABD} \cap x_3$-Achse ; $\vec{x}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} - 4 = 0$; x_3-Achse : $\vec{x} = \rho\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

$\rho\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = 4 \Rightarrow \rho = 4$ Schnitt Plt $(0|0|4)$

Durch Betrachtung der x_3-Koord von A, B, C, D (A u. B $x_3 = 1$; C u. D $x_3 = 3$) erhält man, daß $(0|0|4)$ außerhalb des Trapezes liegt.

2.

I $\quad 3x_1 - d\,x_2 = -2d$

II $\quad (1001-a)x_2 - 5x_3 = -10$

III $\quad (1001+a)x_3 = 4004 \Rightarrow x_3 = \frac{4004}{1001+a} \qquad 1001 \neq -a$

$x_2(1001-a) = \frac{5\cdot 4004 - 10(1001+a)}{1001+a} = \frac{10(1001-a)}{1001+a}$

2a
4

$x_2(1001-a) = \frac{10(1001-a)}{1001+a} \Rightarrow x_2 = \frac{10}{1001+a} \qquad 1001 \neq a$

$\cancel{3}x_1 = \frac{d}{3}\cdot\frac{10}{1001+a} - \frac{2d}{3}$

2b
5

$\vec{x}\begin{pmatrix}3\\-d\\0\end{pmatrix} = -2d$

$\vec{x}\begin{pmatrix}0\\1001-a\\-5\end{pmatrix} = -10 \qquad a = 1001: \ \vec{x}\begin{pmatrix}0\\0\\-5\end{pmatrix} = -10 \ |:-5 \ \Rightarrow \vec{x}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = 2$

$\vec{x}\begin{pmatrix}0\\0\\1001+a\end{pmatrix} = 4004 \qquad \vec{x}\begin{pmatrix}0\\0\\2002\end{pmatrix} = 4004 \ |:2002 \ \Rightarrow \vec{x}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = 2$

2c
3

$3\cdot 15 - d\cdot 5 = -2\cdot d \Rightarrow 45 = 3d \Rightarrow d = 15$

$(1001+a)\cdot 2002 = 4004 \Rightarrow 1001 + a = 2 \Rightarrow a = -999$

$(1001-a)\cdot 5 - 5\cdot 2002 = -10 \qquad \Rightarrow a = -999$