

Abitur 2001 Grundkurs Mathematik

IV Wahrscheinlichkeitsrechnung / Statistik

Musterlösung

Ein Gesangsverein hat 30 weibliche und 20 männliche Mitglieder. Die Zahl der Anwesenden bei der wöchentlichen Chorprobe schwankt von Mal zu Mal. Um diese Schwankung durch ein Modell zu beschreiben, soll davon ausgegangen werden, dass die Mitglieder unabhängig voneinander und jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 85 % an einer Probe teilnehmen.

- 1 a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einer Chorprobe mindestens 40 Mitglieder anwesend sind?

Bernoulli-Kette .- Binomialverteilung

$$P_{0,85}^{50}(Z \geq 40) = 1 - P_{0,85}^{50}(Z \leq 39) = 1 - 0,11992 = 88,0\%$$

- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fehlen bei einer Chorprobe 6 Sängerinnen und 4 Sänger?
Tafelwerk

$$P(B) = P_{0,85}^{30}(Z = 24) \cdot P_{0,85}^{20}(Z = 16) = 0,28942 \cdot 0,35277 = 10,2\%$$

$$\text{oder } P_{0,15}^{30}(Z = 6) \cdot P_{0,15}^{20}(Z = 4) = 0,28942 \cdot 0,35277 = 10,2\%$$

- c) Für die nächste Chorprobe haben sich 5 Mitglieder entschuldigt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fehlt bei dieser Probe höchstens noch ein weiteres Chormitglied?

Formel im Tafelwerk S. 8

$$P(C) = P_{0,15}^{45}(Z \leq 1) = \binom{45}{0} \cdot 0,15^0 \cdot 0,85^{45} + \binom{45}{1} \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^{44} = 0,6\%$$

- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fehlt bei einer Chorprobe von den Sängerinnen Sandra und Simone entweder die eine oder die andere?

$$P(D) = 2 \cdot (0,85 \cdot 0,15) = 25,5 \%$$

- e) Wie viele Chorproben müssen mindestens stattfinden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % wenigstens einmal alle 5 Tenöre des Vereins gemeinsam anzutreffen sind?

$$(1) p = P(\text{alle Tenöre}) = 0,85^5 = 0,444$$

$$(2) P(\text{mind 1 Treffer}) = 1 - P(\text{kein Treffer})$$

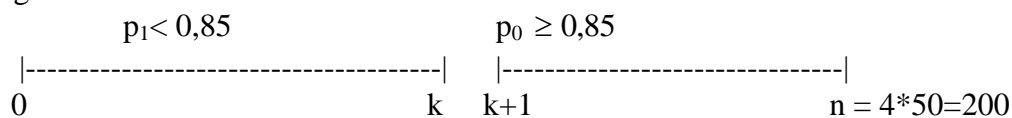
$$1 - 0,556^n > 0,99$$

$$n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,556} \implies n > 7,84 \implies n \geq 8$$

2. Der Chorleiter vermutet, dass die Anwesenheitsquote unter 85 % gefallen ist.

Um diese Vermutung zu überprüfen, soll die Nullhypothese $H_0: p \geq 0,85$ auf dem Signifikanzniveau von 5 % getestet werden. Dazu wird bei vier Chorproben jeweils die Anzahl der Anwesenden festgestellt. Die Entscheidung soll aufgrund der Summe dieser vier Zahlen getroffen werden. Bestimmen Sie die Entscheidungsregel.

Signifikanztest



Fehler 1. Art: $P_{0,85}^{200}(Z \leq k) \leq 0,05$

Tafelwerk: $k \leq 161 \implies \text{Annahmereich für } p_0 \geq 0,85: \{162, 163; \dots, 200\}$

3. Die beiden anfangs genannten und bisher verwendeten Modellannahmen für das Vorliegen einer Bernoullikette können in der Realität unzutreffend sein.

Erläutern Sie dies anhand je eines konkreten Beispiels.

(1) **Unabhängigkeit der Bernoullikette:**

Das Zuspätkommen kann auch abhängig sein, wenn z.B. ein Paar zusammen im Chor ist und somit beide zu spät kommen

oder mehrere Chormitglieder zusammen fahren und versäten sich also gemeinsam

(2) **Trefferwahrscheinlichkeit $p = 0,85$**

Krankheit wie Grippe oder Erkältungen

Berufstätige fehlen häufiger

jugendliche Mitglieder verhalten sich anders wie ältere Personen

4. Unter den 20 Männern des Vereins sind fünf Tenöre, acht Baritone und sieben Bässe. Bei einer Veranstaltung singen ein Tenor, zwei Baritone und zwei Bässe in einem Quintett.

- a) Wie viele verschiedene Zusammenstellungen des Quintetts aus den Sängern des Vereins sind hierfür möglich?

$$|A| = \binom{5}{1} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{7}{2} = 5 \cdot 28 \cdot 21 = 2.940$$

- b) Nach ihrem Auftritt stellen sich die 5 Sänger nebeneinander auf und verbeugen sich. Wie viele Möglichkeiten der Anordnung gibt es dafür, wenn die 2 Bässe nebeneinander stehen wollen?

BassBass T Bar Bar Durchschieben der beiden Bässe auf den
 Plätzen 12 / 23 / 34 / 45

$$|B| = (2! \cdot 3!) \cdot 4 = 48$$