$$f_k(x) = \frac{-x^2}{x+k} \quad k \in \mathbb{R}^+$$

1a $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-k\}$ D_f - Nenner $\neq 0$
6   - $\sqrt{R}$; $R \geq 0$
- $\ln g(x)$; $g > 0$

$x_{1,2}^{N} = 0$

$\mp\infty = \lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$ | Grad Zähler = Grad Nenner + 1
s. A : Polynomdivision

$\lim\limits_{x \to k\pm} f(x)$

$$-x^2 : (x+k) = -x + k - \frac{k^2}{x+k}$$
$$\underline{-x^2 - kx}$$
$$0 + kx$$
$$\underline{kx + k^2}$$
$$-k^2$$

s. A : $y = -x + k$

Polannäherung: $\lim\limits_{\varepsilon \to 0} f(x^P \pm \varepsilon)$

$$\lim_{\varepsilon \to 0} f(-k \pm \varepsilon) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{-(-k \pm \varepsilon)}{\cancel{-k} \pm \varepsilon + \cancel{k}} = \mp\infty$$

1b $f'(x) = -\frac{2x(x+k) - x^2 \cdot 1}{(x+k)^2} = -\frac{x^2 + 2kx}{(x+k)^2}$
8
$= -\frac{x(x+2k)}{(x+k)^2}$ $f(x) = \frac{u}{v}$; $f' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

Lage der Extrema : $f' = 0 \Rightarrow x(x+2k) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = -2k$
$y_1 = 0$, $y_2 = \frac{-4k^2}{-k}$
$y_2 = 4k$

Art der Extrema : Max oder Min
- $f''(x^E) > 0$ Min $f''(x^E) < 0$ Max
konkav / konvex
- $f'(x^E \pm \varepsilon)$ Vorzeichenwechsel in f', von – auf + $\Rightarrow$ Min ; von + auf – $\Rightarrow$ Max
- Monotonie : Eine Fktn $f(x)$ ist str. mo. wa, fa. wenn für $x_2 > x_1$ stets gilt $f(x_2) > f(x_1)$ <

Eine Fktn $f(x)$ ist str. mo. wa, wenn sie stetig ist u $f' \gtrless 0$ d.h. $x(x+2k) > 0$ a) $\boxed{x > 0}$ $\stackrel{u}{=}$ $x + 2k > 0$
$x > -2k$

$-2k$ 0

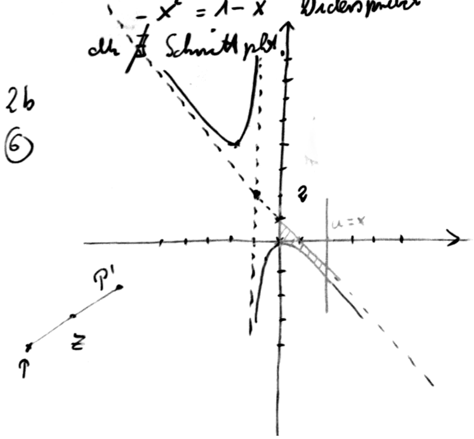
b) $x < 0$ $\stackrel{u}{=}$ $x + 2k < 0$
$\boxed{x < -2k}$

$f' \gtrless 0$ für $-2k < x < 0$ außer $x = -k$
$\Rightarrow$ bei $x = 0$ Max ; $x = -k$ Min

1c $y = 4k$; $x = -2k \Rightarrow k = -\frac{x}{2}$
3
Man hat 2 Gleichungen $x(k)$; $y(k)$
aus $x(k)$ rechnet man $k(x)$ aus und setzt in die $y(k)$ Gleichung ein $\Rightarrow$ Scharkurve
$y = 4 \cdot \left(-\frac{x}{2}\right) = -2x$ Gerade

$k = 1$ 2a s. A : $y = -x + 1$
5
$$\frac{-x^2}{x+1} \stackrel{!}{=} -x + 1 \quad | \cdot x+1$$
$$-x^2 = (-x+1)(x+1)$$
$$-x^2 = 1 - x^2 \quad \text{Widerspruch}$$
d.h. $\nexists$ Schnittpkt.

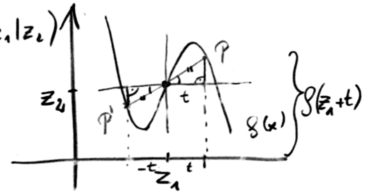
2b
6



2c $f_1(-1+t) - 2 = 2 - f_1(-1-t)$
3

Symmetrie einer Fktn $f(x)$ zu einem Pkt $Z(z_1|z_2)$

$Z(-1|2)$

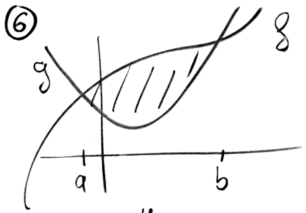


$$f(z_1 + t) - z_2 = z_2 - f(z_1 - t)$$

3a $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - \ln(x+1)$ für $x > -1$
3
F ist Stammfktn zu f wenn gilt: $F' \stackrel{!}{=} f$
$$F' = -x + 1 - \frac{1}{x+1} \cdot 1 = \frac{(-x+1)(x+1) - 1}{x+1}$$
$$= \frac{-x^2}{x+1}$$

$y = \ln g$; $\ln g' = \frac{1}{g} \cdot g'$

3b Fläche zwischen den Graphen 2er Fktn $f(x)$ u. $g(x)$
6



$$\int_a^b (f - g)\,dx$$

$$\int_0^u \left[(-x+1) - \left(-\frac{x^2}{x+1}\right)\right] dx = \left[\left(-\cancel{\tfrac{x^2}{2}} + \cancel{x}\right) - \left(-\cancel{\tfrac{x^2}{2}} + \cancel{x} - \ln(x+1)\right)\right]_0^u$$
$$= \left[\ln(x+1)\right]_0^u = \ln(u+1) - \underbrace{\ln 1}_{0} = \boxed{A(u) = \ln(u+1)}$$

$$1 = \ln(u+1)$$
$$e^1 = e^{\ln(u+1)} \Rightarrow e = u + 1 \Rightarrow \boxed{u = e - 1}$$