Abitur 2001 GK Mathematik

III WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG/STATISTIK

Der Konzern „Electronix“ stellt Mikrochips in Massenproduktion her. Jeder hergestellte Chip ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 % fehlerhaft.

1a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind von 100 Chips genau 15 fehlerhaft?

$P_{0,15}^{200}(Z \leq 15)$ = 0,11109 = 11,1 % (aus Tafelwerk)

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Tabellenwerks das kleinstmögliche Intervall mit dem Mittelpunkt 15, in dem bei insgesamt 100 Chips die Anzahl der fehlerhaften Chips mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 85 % liegt.

$P_{0,15}^{200}(15 - a \leq Z \leq 15 + a)$

Ausprobieren durch Wahl von a: z.B

a = 4: $P_{0,15}^{200}(11 \leq Z \leq 19) = P_{0,15}^{200}(Z \leq 19) - P_{0,15}^{200}(Z \leq 10)$ = 0,89346 – 0,09945 = 79,5 %

also kleiner als 85 %

a = 5: $P_{0,15}^{200}(10 \leq Z \leq 20) = P_{0,15}^{200}(Z \leq 20) - P_{0,15}^{200}(Z \leq 9)$ = 0,93368 – 0,05509 = 87,9 %

also kleiner als 85 %

kein a mehr zwischen den beiden möglich ==> gesuchtes kleinstes Intervall: Z $\in$ [10 ; 20]

c) Wie viele Chips müssen der Produktion mindestens entnommen werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % wenigstens ein fehlerhafter dabei ist?

p=0,15 ==> 1 - $0,85^n$ > 0,99 ==> n > $\frac{\ln(1-0,99)}{\ln 0,85}$ ==> n > 28,3 ==> n $\geq$ 29

2. Zur Aussonderung fehlerhafter Chips wird ein Prüfgerät eingesetzt, von dem Folgendes bekannt ist: Unter allen geprüften Chips beträgt der Anteil der Chips, die einwandfrei sind und dennoch ausgesondert werden, 3 %. Insgesamt werden 83 % aller Chips nicht ausgesondert.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Chip fehlerhaft ist und ausgesondert wird. Welcher Anteil der fehlerhaften Chips wird demnach ausgesondert?
Vier-Felder-Tafel mit den Ereignissen
F: „Chip ist fehlerhaft“ und A:“Chip wird ausgesondert“

	A	$\overline{A}$	
F	0,14	0,01	0,15
$\overline{F}$	0,03	0,82	0,85
	0,17	0,83	1

Gesucht: (1) P(F $\cap$ A) = 0,14

(2) Anteil der Fehler von A unter allen Fehlern:

$$\frac{P(F \cap A)}{P(F)} = \frac{0,14}{0,15} = \frac{14}{15}$$

3. Der Konzern beauftragt ein Expertenteam mit Maßnahmen zur Qualitätsverbesserung. Falls der Anteil der fehlerhaften Chips deutlich gesenkt werden kann, wird dem Team eine Prämie gezahlt. Nach Abschluss der Verbesserungsmaßnahmen wird der Produktion eine Stichprobe von 200 Chips entnommen. Befinden sich darunter höchstens 22 fehlerhafte, wird die Prämie gewährt.

Prämie keine Prämie

Entscheidungsregel: $p_1 < 0,15$ $p_o = 0,15$

0 --------------------k k+1--------------------n=200 Fehler

=22 =23

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält das Team die Prämie, obwohl keine Qualitätsverbesserung eingetreten ist?

Fehler 1.Art: $P_{0,15}^{200}(Z \leq 22) =$ 0,06450 = 6,5 %

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird dem Team die Prämie verweigert, obwohl der Anteil der fehlerhaften Chips auf 10 % gesunken ist?

Fehler 2.Art: $P_{0,10}^{200}(Z \geq 23) = 1 - P_{0,10}^{200}(Z \leq 22) = 1$ - 0,72897 = 27,1 %

Die nebenstehende Tabelle gibt Auskunft über die Zusammensetzung des Expertenteams.
Nach Abschluss ihrer Arbeiten treffen sich die 12 Mitglieder des Teams zu einem Abschiedsabend.

	Frauen	Männer
Deutsche	3	2
Engländer	2	1
Franzosen	1	3

4. In einem Lokal sind ein Vierertisch und ein Achtertisch reserviert.
Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Tische zu besetzen, wenn es auf die Sitzordnung an den einzelnen Tischen nicht ankommt und wenn an jedem Tisch
a) gleich viele Männer und Frauen sitzen sollen?

Vierertisch Achtertisch

$$|A| = \binom{6}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{4} \cdot \binom{4}{4} = 15 * 15 * 1 = 225$$

b) mindestens zwei deutsche Mitglieder sitzen sollen?

Vierertisch Achtertisch

$$|B| = \binom{5}{2} \cdot \binom{7}{2} \cdot \binom{3}{3} \cdot \binom{5}{5} + \binom{5}{3} \cdot \binom{7}{1} \cdot \binom{2}{2} \cdot \binom{6}{6} = 210 + 70 = 280$$

5. Zu vorgerückter Stunde wird getanzt. Die Tanzpaarungen werden auf folgende Weise ausgelost: In einem Hut befinden sich 6 gefaltete Zettel mit den Namen der Damen. Die Herren ziehen nacheinander zufällig je einen Zettel. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter den 6 Tanzpaaren genau zwei deutsche Paare befinden.

dt.Paar1 dt.Paar2 restlichen 4 Paare

|E| = 3 * 2 * 4 * 3 * 2 * 1 = 144

$|\Omega|$ = 6 ! = 720 ==> P(E) = $\frac{144}{720}$ = 20%