

GM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

V.

BE

In einem kartesischen Koordinatensystem mit Ursprung O sind die Punkte $P(-8|-4|1)$ und $Q(7|8|17)$ sowie die Gerade $g: \vec{x} = \vec{OP} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$ gegeben.

- 2 1. a) Bestimmen Sie den Geradenpunkt R zum Parameterwert $\lambda = 30$ und zeigen Sie, dass Q nicht auf der Geraden g liegt.
- 6 b) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E , die den Punkt Q und die Gerade g enthält, in Normalenform. Welche besondere Lage hat diese Ebene im Koordinatensystem?
[mögliches Teilergebnis: $E: 4x_2 - 3x_3 + 19 = 0$]
- 6 c) Weisen Sie nach, dass der Punkt $F(7|-4|1)$ Fußpunkt des Lotes von Q auf die Gerade g ist. Bestimmen Sie den Abstand d des Punktes Q von der Geraden g . [Ergebnis: $d = 20$]
- 2 d) Der Punkt Q' entsteht durch Spiegelung des Punktes Q an der Geraden g . Bestimmen Sie die Koordinaten von Q' .
[Ergebnis: $Q'(7|-16|-15)$]
- 9 e) Begründen Sie, dass das Viereck $QPQ'R$ eine Raute ist, und ermitteln Sie deren Flächeninhalt. Fertigen Sie dazu eine Skizze an, die die gegenseitige Lage der Geraden g und der Punkte Q, P, Q', R und F veranschaulicht. Wählen Sie hierfür die Ebene E als Zeichenebene.
- 8 f) Berechnen Sie alle Innenwinkel der Raute und den Abstand h paralleler Rautenseiten. [Teilergebnis: $h = 24$]
2. In der Ebene E liegt ein Gitter mit kongruenten rautenförmigen Öffnungen. Eine dieser Rauten ist das Viereck $QPQ'R$. Zudem ist eine Kugel mit Radius $r = 13$ gegeben.
- 2 a) Begründen Sie, dass diese Kugel nicht durch die Gitteröffnungen passt.
- 5 b) Die Kugel liegt so in der Öffnung $QPQ'R$, dass sie alle 4 Seiten dieser Raute berührt. Berechnen Sie den Abstand des Kugelmittelpunkts von der Gitterebene E .