

### LM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

#### V.

BE

Gegeben ist die Ebenenschar

$$Z_a : \vec{x} = \overrightarrow{OD} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} a \\ 2a-4 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ mit } D(-2 | 0 | -2) \text{ und } \lambda, \tau, a \in \mathbb{R} .$$

2 1. a) Alle Scharebenen haben eine Gerade gemeinsam, die mit  $g$  bezeichnet wird. Geben Sie eine Gleichung von  $g$  an.

5 b) Zeigen Sie, dass

$$Z_a : (4a - 10) \cdot x_1 - (2a + 4) \cdot x_2 + (5a - 8) \cdot x_3 + 18a - 36 = 0$$

eine weitere mögliche Gleichung für die Ebenenschar  $Z_a$  ist.

4 c) Berechnen Sie, für welchen Wert des Parameters  $a$  die zugehörige Scharebene senkrecht auf der Scharebene  $Z_1$  steht.

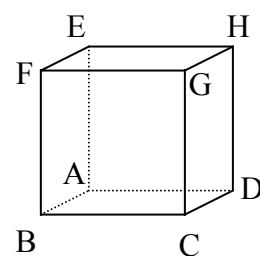
4 d) Zeigen Sie, dass die Scharebene  $Z_2$  eine winkelhalbierende Ebene der beiden zueinander senkrechten Scharebenen  $Z_1$  und  $Z_4$  ist.

2. Der Punkt  $M(-1 | 1 | 3)$  ist Mittelpunkt einer Kugel mit Radius  $3\sqrt{3}$ .

4 a) Zeigen Sie, dass der Punkt  $D$  auf dieser Kugel liegt, und berechnen Sie die Koordinaten des Kugelpunkts  $F$ , für den  $[FD]$  ein Durchmesser der Kugel ist. [Ergebnis:  $F(0 | 2 | 8)$ ]

6 b) Bestimmen Sie die Koordinaten der Kugelpunkte, die auf der Geraden  $g$  liegen. [Ergebnis:  $D$  und  $H(-6 | 2 | 2)$ ]

6 c) Berechnen Sie die Längen  $\overline{DH}$  und  $\overline{HF}$  und begründen Sie, dass man die drei Punkte  $D$ ,  $F$  und  $H$  zu einem Würfel  $ABCDEFGH$  wie in der Abbildung ergänzen kann.



5 d) Zeigen Sie, dass das Dreieck  $DHF$  in der Ebene  $Z_2$  liegt. Begründen Sie ohne Rechnung nur mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse, warum die Ebenen  $Z_1$  und  $Z_4$  je eine Würfelfläche enthalten.

4 e) Der Eckpunkt  $G$  liegt in  $Z_4$  (Nachweis nicht erforderlich). Berechnen Sie die Koordinaten von  $G$ .

40