

BE

VI.

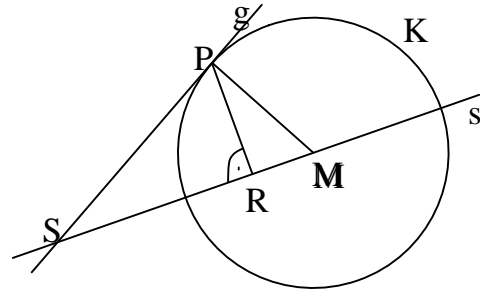
Gegeben sind in einem kartesischen Koordinatensystem der Punkt $P(-3|0|4)$, die Ebene $E: 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 7 = 0$ und die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mit } \lambda \in \mathbb{R}.$$

- 3 1. a) Zeigen Sie, dass der Punkt P auf der Geraden g, aber nicht in der Ebene E liegt.
- 4 b) Ermitteln Sie die Koordinaten des Schnittpunkts S der Geraden g mit der Ebene E. [Ergebnis: $S(-6|3|1)$]
- 6 c) Zeigen Sie, dass der Punkt $R(-5|-1|2)$ Fußpunkt des Lots von P auf die Ebene E ist, und bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P', den man durch Spiegelung des Punktes P an der Ebene E erhält.
- 4 d) Ermitteln Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks SPP'.
- 4 2. Die Ebene $F: x_1 - x_3 + 7 = 0$ enthält die Gerade g (Nachweis nicht erforderlich). Bestimmen Sie eine Gleichung für die Schnittgerade s der beiden Ebenen E und F.

[mögliches Ergebnis: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + m \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$]

3. Der Punkt M auf der Geraden s ist Mittelpunkt der Kugel K, die g in P berührt. Die nebenstehende Skizze zeigt die gegenseitige Lage der Geraden g und s sowie der Punkte S, R, P und M.



- 5 a) Ermitteln Sie die Koordinaten von M. [Ergebnis: $M(-4,5|-3|2,5)$]
- 4 b) Bestätigen Sie, dass die Ebenen E und F aufeinander senkrecht stehen, und beschreiben Sie die Lage beider Ebenen bezüglich der skizzierten Konstellation.
- 5 c) Berechnen Sie die Innenwinkel des Dreiecks SMP.
- 5 d) Es existieren zwei Wege von P nach P', die auf der Oberfläche von K und zugleich in der Ebene F verlaufen. Berechnen Sie die kürzere der beiden Weglängen.