BE

II.

1. Gegeben ist die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $f_k : x \mapsto \frac{1}{2}(k-x)\sqrt{e^x}$ mit $k \in \mathbb{R}$. Der jeweilige Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.

3 a) Geben Sie $f_k(0)$ sowie die Nullstelle von f_k an.
Untersuchen Sie das Verhalten von f_k für $x \to -\infty$ und für $x \to +\infty$.

6 b) Zeigen Sie, dass $f_k'(x) = \frac{1}{2} f_{k-2}(x)$ gilt, und ermitteln Sie hiermit Funktionsterme der Ableitungen f_k'' und f_k''' sowie einer Stammfunktion von f_k.

5 c) Zeigen Sie, dass G_k genau einen Hochpunkt und genau einen Wendepunkt besitzt, und bestimmen Sie die Koordinaten dieser Punkte.

5 d) Zeichnen Sie unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse G_4 und G_6 in ein gemeinsames Koordinatensystem ein.

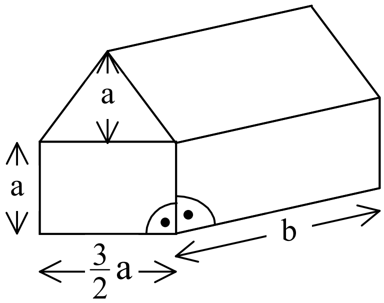
3 e) G_4 schließt im zweiten Quadranten mit den Koordinatenachsen ein sich ins Unendliche erstreckendes Flächenstück ein. Begründen Sie, dass dieses einen endlichen Inhalt hat.

7 f) Geben Sie an, welche Bedeutung die Funktion $2 \cdot f_6$ für die Funktion f_4 hat. Bestimmen Sie mit Hilfe von G_6 aus Ihrer Zeichnung die positive Zahl z (auf eine Dezimale genau), für die $\int_0^z f_4(x)dx = 0$ ist.
Tragen Sie dazu entsprechende Hilfslinien in die Zeichnung ein und erläutern Sie Ihr Vorgehen.
Überprüfen Sie Ihre graphisch gewonnene Näherungslösung, indem Sie z mit Hilfe des Taschenrechners auf eine Dezimale genau ermitteln.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

2. Das abgebildete Zelt - geometrisch betrachtet ein gerades Prisma - hat einen rechteckigen Grundriss mit den Seitenlängen $\frac{3}{2}a$ und b. Die Front besteht aus einem Rechteck mit den Seitenlängen $\frac{3}{2}a$ und a sowie einem aufgesetzten gleichschenkligen Dreieck der Höhe a.



4 a) Zeigen Sie, dass für den Rauminhalt V des Zelts und für den Flächeninhalt S der benötigten Zeltplane (ohne Boden und Laschen, das Zelt ist vollständig geschlossen) gilt:

$$V = \frac{9}{4}a^2 b\,, \quad S = \frac{9}{2}a^2 + \frac{9}{2}ab\,.$$

7 b) Bestimmen Sie a und b so, dass $V = 121{,}5\ \mathrm{m}^3$ ist und dass der Materialverbrauch an Zeltplane möglichst gering ist. Wie viele m^2 Zeltplane werden in diesem Fall benötigt?

40