BE

II.

Die nebenstehende Abbildung zeigt den Graphen G_f einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades mit dem Definitionsbereich $D_f = \mathbb{R}$.

7 a) Bestimmen Sie mit Hilfe der in der Abbildung angegebenen Punkte von G_f die Funktionsgleichung von f.

[Ergebnis: $f(x) = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{2}x^2$]

9 b) Berechnen Sie die Lage des Hochpunktes H sowie des Wendepunktes W von G_f. Ermitteln Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S der Wendetangente von G_f mit der x-Achse.

[Ergebnisse: $H\left(4 \mid \frac{8}{3}\right), W\left(2 \mid \frac{4}{3}\right), S\left(\frac{2}{3} \mid 0\right)$]

7 c) Bestimmen Sie $\int_0^2 f(x)dx$.

Der Koordinatenursprung und die Punkte S und W bilden ein Dreieck, das durch G_f geteilt wird. Zeichnen Sie dieses Dreieck in die Abbildung ein und berechnen Sie, in welchem Verhältnis der Graph G_f die Dreiecksfläche teilt.

Betrachtet wird nun die Funktion $F: x \mapsto \int_2^x f(t)\,dt$ mit $D_F = \mathbb{R}$.

6 d) Geben Sie ohne Rechnung F(0) und F(2) an (kurze Begründung). Bestimmen Sie mit Hilfe einer Vorzeichenbetrachtung zu f das Monotonieverhalten von F. Welche Besonderheit des Graphen von F liegt an der Stelle x = 0 vor?

3 e) Skizzieren Sie unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse den Graphen von F in das gegebene Koordinatensystem in der Abbildung. (Die Berechnung weiterer Funktionswerte ist nicht verlangt.)

Schließlich wird noch die Funktion $g: x \mapsto \frac{1}{f(x)}$ mit maximaler Definitionsmenge D_g untersucht. Der Graph von g wird mit G_g bezeichnet.

5 f) Geben Sie D_g an und untersuchen Sie das Verhalten von g an den Rändern des Definitionsbereichs.

3 g) Untersuchen Sie G_g auf Extrempunkte; geben Sie gegebenenfalls deren Art und Lage an.

40

Zu Abituraufgabe GM1.II

Die Angabe ist mit abzugeben.

Name:...
(vom Prüfling einzutragen)