

BE

II.

1. Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \ln\left(\frac{4}{x} - 1\right)$ mit dem maximalen Definitionsbereich $D_f =]0; 4[$. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.

4 a) Berechnen Sie die Nullstelle von f und untersuchen Sie das Verhalten von f an den Rändern von D_f .

3 b) Untersuchen Sie das Monotonieverhalten von f .

5 c) Zeigen Sie, dass G_f punktsymmetrisch zu $Z(2 | 0)$ ist.

5 d) Berechnen Sie $f(0,5)$. Zeichnen Sie G_f unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse. Zeichnen Sie auch die Tangente im Symmetriezentrum ein (Ursprung des Koordinatensystems in der Blattmitte).

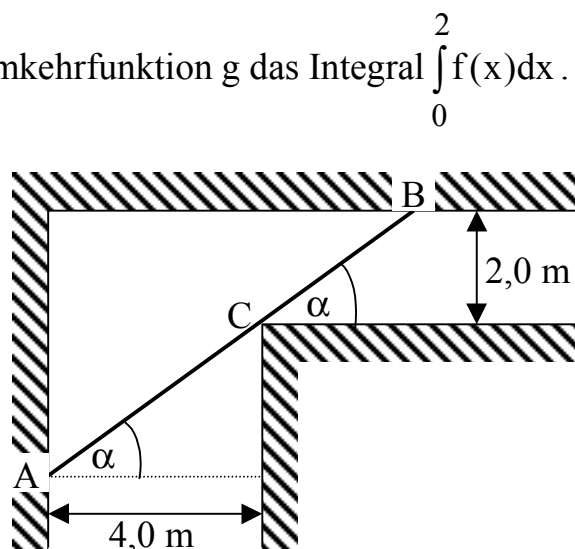
f besitzt eine Umkehrfunktion, die mit g bezeichnet wird.

6 e) Zeigen Sie, dass gilt: $g(x) = 4 - \frac{4e^x}{1+e^x}$. Tragen Sie den Graphen von g in das Koordinatensystem der Teilaufgabe 1d ein.

6 f) Berechnen Sie mit Hilfe der Umkehrfunktion g das Integral $\int_0^2 f(x) dx$.

2. Zwei Gänge von 2,0 m und 4,0 m Breite treffen rechtwinklig aufeinander.

Es soll die größtmögliche Länge L eines Balkens ermittelt werden, den man in horizontaler Lage aus einem Gang in den anderen tragen kann. Die Dicke des Balkens wird als vernachlässigbar klein angesehen.



Dazu betrachte man die gezeichnete Figur. $l(\alpha)$ ist die Maßzahl der in Meter angegebenen Länge der Strecke $[AB]$ und definiert für $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ die Funktion l .

5 a) Geben Sie an, welche Bedeutung die Maßzahl der gesuchten Länge L für die Funktion l hat. Zeigen Sie: $l(\alpha) = \frac{2}{\sin \alpha} + \frac{4}{\cos \alpha}$.

6 b) Berechnen Sie L auf dm genau.

