

BE

VI.

In einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 sind die Punkte $O(0|0|0)$, $A(6|0|0)$, $B(6|6|6)$, die Ebene $F: x_1 - x_2 = 0$ und die Ebenenschar $G_k: kx_1 + 6x_2 - 6k = 0$ mit $k \in \mathbb{R}^+$ gegeben.

- 4 1. a) Bestimmen Sie in Normalenform eine Gleichung der Ebene E , die die Punkte A , B und O enthält. Weisen Sie nach, dass das Dreieck OAB bei A rechtwinklig ist. [mögliches Teilergebnis: $E: x_2 - x_3 = 0$]
- 4 b) Alle Punkte des Dreiecks OAB , für die A der nächstgelegene Eckpunkt ist, werden grün gekennzeichnet. Welcher Bruchteil der Dreiecksfläche ist dann grün gefärbt? Begründen Sie Ihre Antwort anhand einer Skizze.
- 7 c) Durch die Spiegelung der Ebene E aus Teilaufgabe 1a an der Ebene F erhält man die Ebene E^* . Begründen Sie, dass B und O Fixpunkte dieser Spiegelung sind. Ermitteln Sie für E^* eine Gleichung in Normalenform. [mögliches Ergebnis: $E^*: x_1 - x_3 = 0$]
- 4 d) Geben Sie eine Gleichung der Schnittgeraden s der Ebenen E und E^* sowie den Schnittwinkel φ von E und E^* an.
- 4 2. a) Bestimmen Sie - soweit vorhanden - die Koordinaten der Schnittpunkte der Scharebenen G_k mit den Koordinatenachsen. Welche besondere Lage im Koordinatensystem hat jede Scharebene G_k ?
- 2 b) Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass alle Scharebenen G_k eine gemeinsame Schnittgerade g haben, und geben Sie eine Gleichung von g an.
3. Für jedes $k > 0$ begrenzen die Ebenen E , E^* , G_k und die x_1x_2 -Ebene eine dreiseitige Pyramide P_k .
- 11 a) Geben Sie die Koordinaten der vier Eckpunkte von P_k an und berechnen Sie das Pyramidenvolumen V_k in Abhängigkeit von k .
- 4 b) Für welches k ist F Symmetrieebene von P_k ? Geben Sie eine kurze Begründung.

40