

LM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

V.

BE	
	1. In einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 sind die Punkte $A(4 -1 1)$, $B(0 3 1)$ und $D(2 -1 3)$ gegeben.
9	a) Durch einen weiteren Punkt C wird das Dreieck ABD zu einem achsensymmetrischen Trapez ABCD ergänzt. $[AB]$ ist dabei die längere der beiden parallelen Seiten. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes C und zeigen Sie, dass die beiden parallelen Seiten dieses Trapezes den Abstand $\sqrt{6}$ haben. [Teilergebnis: $C(0 1 3)$]
9	b) Das Trapez ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide, deren Spitze der Ursprung O ist. Berechnen Sie das Volumen V dieser Pyramide.
3	c) Zeigen Sie, dass der Mittelpunkt M von $[AB]$ zugleich Umkreismittelpunkt des Trapezes ist.
3	d) Beschreiben Sie in Worten, wie der Umkugelmittelpunkt der Pyramide von Teilaufgabe 1b bestimmt werden kann. Führen Sie die Rechnung nicht durch.
4	e) Untersuchen Sie, ob die x_3 -Achse die Trapezfläche trifft.
	2. Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem für $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$:
	(I) $3x_1 - dx_2 = -2d$
	(II) $(1001-a)x_2 - 5x_3 = -10$
	(III) $(1001+a)x_3 = 4004$
4	a) Zeigen Sie, dass das System bei gegebenem $d \in \mathbb{R}$ für alle $a \in \mathbb{R}$, $ a \neq 1001$ eindeutig lösbar ist.
5	b) In welchem der Fälle $ a = 1001$ hat das System mehr als eine Lösung? Geben Sie für diesen Fall (bei gegebenem d) eine geometrische Deutung.
3	c) Bestimmen Sie a und d so, dass $(x_1 x_2 x_3) = (15 5 2002)$ Lösung des Gleichungssystems ist.
40	