BE

II.

Gegeben ist die Schar von Funktionen $f_k\colon\ x \mapsto \dfrac{2x-k}{(x+k)^2}$ mit $k \in \mathbb{R}^+$ und maximalem Definitionsbereich D_k. Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.

6 1. a) Bestimmen Sie D_k und das Verhalten von f_k an den Rändern des Definitionsbereichs. Geben Sie alle Asymptoten von G_k an.

2 b) Berechnen Sie die Schnittpunkte von G_k mit den Koordinatenachsen.

9 2. a) Bestimmen Sie Art und Lage der Extrempunkte von G_k in Abhängigkeit von k.

$$\left[\text{Zur Kontrolle: } f_k'(x) = \frac{4k-2x}{(x+k)^3}\right]$$

6 b) Berechnen Sie $f_1(-4)$, $f_1(-2)$ und $f_1(4)$. Zeichnen Sie nun mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse den Graphen G_1 im Intervall $[-6;6]$ in ein Koordinatensystem ein. (Querformat, Abstand zwischen Ursprung und unterer Blattkante: 11 cm, Längeneinheit 2 cm)

6 c) Zeigen Sie, dass die Extrempunkte aller Graphen G_k auf der Kurve C mit der Gleichung $y = \dfrac{2}{3x}$ liegen. Bestimmen Sie den Schnittpunkt dieser Kurve mit der Winkelhalbierenden des 1. Quadranten und zeichnen Sie die Kurve C für $x > 0$ in das Koordinatensystem von Aufgabe 2b ein.

3. Im Folgenden wird nun die Funktion f_1 betrachtet.

4 a) Zeigen Sie, dass die Funktion $F\colon\ x \mapsto 2\ln(x+1) + \dfrac{1-2x}{x+1}$ für $x > -1$ eine Stammfunktion von f_1 ist.

7 b) Berechnen Sie den Inhalt J der Fläche, die von G_1, der Kurve C der Extrempunkte und der Geraden mit der Gleichung $x = 1$ eingeschlossen wird, auf 2 Dezimalen genau.

40