BE

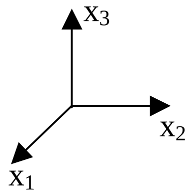
VI.

Gegeben ist in einem kartesischen Koordinatensystem die Ebene
E: $2x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 60$. Ihr Schnittpunkt mit der x_1-Achse heißt S_1, mit der x_2-Achse S_2 und mit der x_3-Achse S_3.

4 1. a) Bestimmen Sie die Koordinaten von S_1, S_2 und S_3 und geben Sie eine Gleichung der Geraden S_1S_2 an. [Zur Kontrolle: $S_3(0 \mid 0 \mid 20)$]

4 b) Vom Punkt S_3 wird ein Lot auf die Gerade S_1S_2 gefällt. Berechnen Sie die Koordinaten des Lotfußpunktes L. [Zur Kontrolle: $L(3 \mid 9 \mid 0)$]

4 c) Legen Sie ein Koordinatensystem an und tragen Sie das Dreieck $S_1S_2S_3$ und die Gerade S_3L ein.

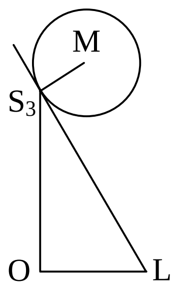


7 d) Begründen Sie, dass L der Punkt der Geraden S_1S_2 ist, der den kürzesten Abstand zum Ursprung O hat, und berechnen Sie diesen Abstand. Ermitteln Sie die Winkel im Dreieck OLS_3 auf 0,1° genau.

2. Eine Kugel mit Radius 7 berührt die Ebene E im Punkt S_3.

6 a) Bestimmen Sie die Koordinaten der möglichen Kugelmittelpunkte.

Im Folgenden wird der Fall betrachtet, dass die Kugel zunächst den Mittelpunkt $M(2 \mid 6 \mid 23)$ hat (siehe Skizze) und dann auf der Ebene E so rollt, dass ihre Spur auf der Halbgeraden $[S_3 L$ liegt.



Skizze nicht maßstabsgetreu

4 b) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden m, auf der sich der Kugelmittelpunkt bewegt.

Die Kugel erreicht schließlich die x_1x_2-Ebene und rollt auf dieser weiter.

5 c) Berechnen Sie den Schnittpunkt T der Geraden m (siehe Aufgabe 2b) mit der zur x_1x_2-Ebene parallelen Ebene, in der sich nun der Kugelmittelpunkt bewegt. [Zur Kontrolle: $T(4{,}4 \mid 13{,}2 \mid 7)$]

6 d) Bestimmen Sie den letzten Berührpunkt B, den die Kugel bei dem beschriebenen Abrollvorgang mit der Ebene E hatte, und markieren Sie in der Zeichnung von Aufgabe 1c mit Farbe die Spur, welche die Kugel auf der Ebene E hinterließ.

40