

### GM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

BE

#### V.

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die vier Punkte  $A(-2|8|0)$ ,  $B(0|0|-2)$ ,  $C(1|2|0)$  und  $D(0|6|1)$  gegeben.

- 5 1. a) Weisen Sie nach, dass die vier Punkte A, B, C und D ein Trapez mit zwei gleich langen gegenüberliegenden Seiten, aber kein Parallelogramm (also ein gleichschenkliges Trapez) bilden.
- 5 b) Berechnen Sie die Koordinaten des Diagonalschnittpunktes M.  
[Zur Kontrolle:  $M(0|4|0)$ ]
- 4 c) Berechnen Sie den Abstand  $d$  des Punktes D von der Geraden AB.  
[Zur Kontrolle:  $d = 1,5\sqrt{2}$ ]
- 4 d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des gleichschenkligen Trapezes ABCD.
- 5 e) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E, in der das Viereck ABCD liegt, in Normalenform.  
[Mögliches Ergebnis:  $E: 2x_1 + x_2 - 2x_3 - 4 = 0$ ]

Das gleichschenklige Trapez ABCD bildet zusammen mit einem weiteren Punkt S eine Pyramide ABCDS. Der Punkt S liegt auf der Lotgeraden zur Ebene E durch den Punkt M und hat von der Ebene E den Abstand 15; der Koordinatenursprung und S liegen auf verschiedenen Seiten von E.

- 5 2. a) Bestimmen Sie die Koordinaten von S.  
[Zur Kontrolle:  $S(10|9|-10)$ ]
- 4 b) Zeigen Sie, dass der Punkt T  $(6|7|-6)$  die Strecke [MS] innen im Verhältnis 3 : 2 teilt.
- 2 c) Bestimmen Sie eine Gleichung der zu E parallelen Ebene F, die durch den Punkt T verläuft, in Normalenform.
- 6 d) Beim Schnitt der Ebene F mit der Pyramide ABCDS entstehen zwei Teilkörper: ein Pyramidenstumpf und die zugehörige Ergänzungspyramide. Zeigen Sie, dass das Volumen der Ergänzungspyramide weniger als 7 % des Volumens der Pyramide ABCDS beträgt.

40