BE

IV.

Die Schüler der K13 des Graf-Felix-Gymnasiums wollen beim Herbstfest eine Tombola zum Thema „EURO“ veranstalten. Dazu werden die folgenden zwei Vorschläge diskutiert.

1. Vorschlag I:
   Auf einem Glücksrad sind vier gleich große Sektoren mit den Buchstaben E, U, R und O markiert. Nach jeder Drehung wird der angezeigte Buchstabe notiert.

   a) Das Glücksrad wird als ideal vorausgesetzt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse

   2 E_1: „Bei den ersten vier Drehungen wird genau ein E notiert“,

   2 E_2: „Spätestens bei der vierten Drehung wird erstmals ein E notiert“,

   3 E_3: „Bei den ersten vier Drehungen werden vier verschiedene Buchstaben notiert“,

   5 E_4: „Nach fünf Drehungen kann man aus den notierten Buchstaben unter Weglassen eines Buchstabens das Wort EURO bilden“.

   [Ergebnis: $P(E_4) = \frac{15}{64}$]

   5 b) Ein Spiel besteht aus fünfmaligem Drehen des idealen Glücksrads. Kann man aus den notierten Buchstaben unter Weglassen eines Buchstabens das Wort EURO bilden, gewinnt man einen Preis. Bestimmen Sie mithilfe der Tschebyschow-Ungleichung ein möglichst kleines Intervall, in dem die Zahl der zu vergebenden Preise mit mindestens 90 % Wahrscheinlichkeit liegt, wenn 640 Spiele ausgeführt werden.

   5 c) Es werden 640 Spiele wie in Teilaufgabe b ausgeführt. Die Wahrscheinlichkeit, dass die bereitgestellten Preise nicht ausreichen, soll unter 5 % bleiben. Wie viele Preise müssen mindestens bereitgestellt werden, wenn man die Normalverteilung als Näherung zugrunde legt?

   5 d) Nach der Inbetriebnahme des Glücksrads ist der Verdacht aufgekommen, dass der Buchstabe E unerwartet oft als Ergebnis auftritt. Die Nullhypothese H_0: „Das Glücksrad liefert den Buchstaben E mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 25 %“ soll durch 200-maliges Drehen des Glücksrads getestet werden. Bestimmen Sie die Entscheidungsregel für das Signifikanzniveau 5 %.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
	2. Vorschlag II:
	In einer Urne liegen 4k, $k \in \mathbb{N}$, gleichartige Kugeln, von denen jeweils k Kugeln einen der Buchstaben E, U, R oder O als Aufschrift tragen. Ein Teilnehmer an der Tombola zieht vier Kugeln ohne Zurücklegen. Er erhält einen Preis, wenn er aus seinen Buchstaben das Wort EURO bilden kann.
3	a) Berechnen Sie für k = 5 die Wahrscheinlichkeit, dass er einen Preis gewinnt.
7	b) Wie groß ist in Abhängigkeit von k die Wahrscheinlichkeit p(k), dass er einen Preis gewinnt? Bestimmen Sie den Grenzwert von p(k) für $k \to +\infty$.
3	c) Erläutern Sie in Worten, warum der Grenzwert aus Teilaufgabe 2b mit dem Ergebnis für $P(E_3)$ aus Teilaufgabe 1a übereinstimmt.
40	