

BE
3
6
4
3
3
3
6
4
8
40

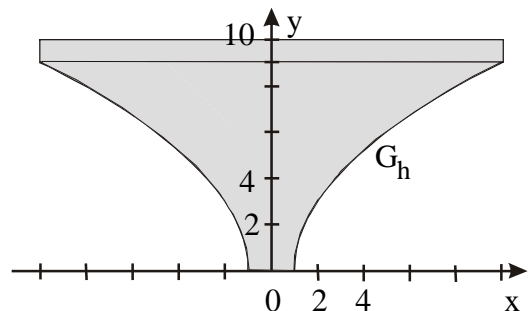
**II.**

1. Gegeben ist die Funktion  $f : x \mapsto \frac{4(1 - \ln x)}{(\ln x)^2}$  mit  $D_f = ]1; +\infty[$ .

Der Graph von  $f$  wird mit  $G_f$  bezeichnet.

- 3 a) Geben Sie die Nullstelle von  $f$  an und untersuchen Sie das Verhalten von  $f$  an den Rändern von  $D_f$ .
- 6 b) Bestimmen Sie die Monotoniebereiche von  $f$  und zeigen Sie, dass  $G_f$  genau einen Extrempunkt  $E$  besitzt. Geben Sie auch Art und Koordinaten von  $E$  an. [zur Kontrolle:  $f'(x) = \frac{4(\ln x - 2)}{x(\ln x)^3}$ ]
- 4 c) Berechnen Sie  $f(2)$  und  $f(12)$  und zeichnen Sie  $G_f$  unter Berücksichtigung aller bisherigen Ergebnisse (Längeneinheit 1 cm).
- 3 d) Begründen Sie ohne Verwendung der 2. Ableitung von  $f$ , dass  $G_f$  mindestens einen Wendepunkt besitzen muss.
- 3 e) Weisen Sie nach, dass durch  $F(x) = -\frac{4x}{\ln x} + 4e^x$  eine integralfreie Darstellung der Funktion  $x \mapsto \int_1^x f(t)dt$  für  $x > 1$  gegeben ist.
- 3 f)  $G_f$  und die  $x$ -Achse begrenzen im vierten Quadranten ein sich ins Unendliche erstreckendes Flächenstück. Untersuchen Sie, ob dieses einen endlichen Inhalt besitzt.

2. In nebenstehender Figur ist der Querschnitt eines bezüglich der  $y$ -Achse rotationssymmetrischen, massiven Werkstücks gegeben. Ein Teil der Berandung des Querschnitts ist der Graph  $G_h$  der Funktion  $h : x \mapsto 3\sqrt{x-1}$  mit  $x \in [1; 10]$ .



- 6 a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Querschnitts.
- 4 b) Bestimmen Sie die Gleichung der Umkehrfunktion  $h^{-1}$  von  $h$  und geben Sie den Definitions- und Wertebereich von  $h^{-1}$  an.
- 8 c) Begründen Sie, dass  $10^2 \pi + \int_0^9 (1 + \frac{1}{9}x^2)^2 \cdot \pi dx$  das Volumen des Werkstücks angibt und berechnen Sie dieses.

