

BE
6
4
4
3
4
7
4
4
4
4
40

LM3. ANALYTISCHE GEOMETRIE

V.

In einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 sind die Punkte $A(4|1|3)$, $P(-2|-2|9)$, $Q(1|-5|-3)$ sowie die Ebenenschar $E_t: 8x_1 - tx_2 + 7x_3 + 3 = 0$ mit $t \in \mathbb{R}$ gegeben.

1. Es sei $\vec{e}_1 = k \cdot \vec{AP}$ und $\vec{e}_2 = \ell \cdot \vec{AQ}$ mit $k, \ell \in \mathbb{R}^+$.
Bestimmen Sie k, ℓ und einen weiteren Vektor \vec{e}_3 so, dass $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ eine Orthonormalbasis des \mathbb{R}^3 bilden.
2. a) Welche Ebene der Schar E_t besitzt den größten Abstand vom Koordinatenursprung?
b) Für welches $t \in \mathbb{R}$ ist E_t echt parallel zur Geraden AP ? Diese zu AP parallele Ebene der Schar wird mit E bezeichnet. Zeigen Sie, dass der Punkt Q in E liegt. [Teilergebnis: $E = E_2$]
c) Geben Sie eine Gleichung in Normalenform für die Ebene H an, in der die Punkte A, P und Q liegen. [mögliches Ergebnis: $H: 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 9 = 0$]
d) Die Schnittgerade von H und E ist s . Begründen Sie, dass s parallel zu AP ist, und geben Sie eine Gleichung von s an.
3. a) Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte B und C in der Ebene E sowie des Punkts D auf der Strecke $[AP]$ derart, dass das Viereck $ABCD$ ein Quadrat ist, das in einer zu H senkrechten Ebene liegt. [Teilergebnis: $B(0|5|1), C(-4|3|5)$]
b) Legen Sie ein Schrägbild des Koordinatensystems an (ganze Seite, Ursprung in der Blattmitte) und tragen Sie das Quadrat $ABCD$, die Schnittgerade s sowie die Punkte P und Q ein.
4. Die Punkte A, B, Q, D und C bilden zusammen mit einem Punkt R ein Prisma mit der Grundfläche ABQ .
a) Zeichnen Sie das Prisma in das Koordinatensystem von Aufgabe 3b ein und begründen Sie, dass das Prisma gerade ist.
b) Berechnen Sie das Volumen des Prismas.

