

BE

**II.**

Gegeben ist die Funktion  $f : x \mapsto \frac{4x}{e^{0,5x}}$  mit Definitionsbereich  $D_f = \mathbb{R}$ .

$G_f$  bezeichnet den Graphen von  $f$ .

- 5 1. a) Geben Sie die Nullstelle der Funktion an und untersuchen Sie das Verhalten von  $f$  an den Grenzen des Definitionsbereichs. Geben Sie die Gleichung der horizontalen Asymptote von  $G_f$  an.
- 10 b) Untersuchen Sie das Monotonie- und das Krümmungsverhalten von  $G_f$ . Ermitteln Sie Lage und Art des Extrempunkts sowie die Lage des Wendepunkts von  $G_f$ . [zur Kontrolle:  $f'(x) = e^{-0,5x}(4 - 2x)$ ]
- 7 c) Die Gleichung der Wendetangente  $w$  lautet  $y = \frac{-4}{e^2}x + \frac{32}{e^2}$ .  
Bestätigen Sie dies durch Rechnung und ermitteln Sie den spitzen Winkel (auf Grad genau), unter dem  $w$  die  $y$ -Achse schneidet.
- 6 d) Berechnen Sie die Funktionswerte an den Stellen  $\frac{1}{2}$ , 1 und 6. Zeichnen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse den Graphen  $G_f$  und die Wendetangente  $w$  im Bereich  $-1 < x < 9$  (Längeneinheit: 1 cm).
- 3 2. a) Zeigen Sie, dass  $F : x \mapsto \frac{-8x - 16}{e^{0,5x}}$ ,  $D_F = \mathbb{R}$ , eine Stammfunktion von  $f$  ist.
- 4 b) Der Graph  $G_f$ , die  $x$ -Achse und die Gerade  $x = 6$  schließen eine Fläche vom Inhalt  $A$  ein. Berechnen Sie  $A$  auf 2 Dezimalen gerundet.
- 5 3. Skizzieren Sie einen Anwendungszusammenhang beispielsweise aus den Naturwissenschaften oder der Wirtschaftslehre, in dem eine Funktion der Art  $x \mapsto a \cdot e^{bx}$  eine wichtige Rolle spielt ( $a, b \neq 0$ ).  
Begründen Sie kurz, ob der Parameter  $b$  in dem von Ihnen beschriebenen Anwendungszusammenhang positiv oder negativ ist.  
Welche Bedeutung hat der Parameter  $a$ ?

40