

BE

## GM1. INFINITESIMALRECHNUNG

### I.

Gegeben ist die Funktion  $f : x \mapsto \frac{x^2 - 2}{(x + 2)^2}$  mit maximalem Definitionsbereich  $D_f$ . Der Graph von  $f$  wird mit  $G_f$  bezeichnet.

- 5 1. a) Bestimmen Sie  $D_f$  und die Schnittpunkte von  $G_f$  mit den Koordinatenachsen.

Untersuchen Sie das Verhalten von  $f$  in der Umgebung der Definitionslücke.

- 4 b) Zeigen Sie, dass der Graph  $G_f$  die Gerade  $y = 1$  als horizontale Asymptote besitzt und dass er sich dieser für  $x \rightarrow +\infty$  von unten nähert.

- 10 c) Bestimmen Sie Lage und Art des Extrempunkts.  
Untersuchen Sie  $G_f$  auf Wendepunkte.

$$[\text{zur Kontrolle: } f'(x) = 4 \cdot \frac{x + 1}{(x + 2)^3}]$$

- 6 d) Zeichnen Sie die Asymptoten sowie  $G_f$  im Bereich  $-2 < x \leq 6$  unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse und der Funktionswerte an den Stellen 0,5 und 1 (Längeneinheit 2cm).

2. Der Graph  $G_f$ , die  $x$ -Achse sowie die Geraden  $x = -1$  und  $x = 1$  umschließen ein endliches Flächenstück vom Inhalt  $A$ .

- 4 a) Schätzen Sie  $A$  mit Hilfe der Streifenmethode durch vier Rechtecke gleicher Breite nach oben ab (2 Dezimalen).

- 7 b) Zeigen Sie, dass  $F : x \mapsto x - 4 \cdot \ln(x + 2) - \frac{2}{x + 2}$  für  $x > -2$  eine Stammfunktion von  $f$  ist. Bestimmen Sie den Flächeninhalt  $A$  durch Integration (2 Dezimalen).

- 4 c) Besser als durch die Streifenmethode in Teilaufgabe 2a lässt sich im konkreten Fall der Flächeninhalt  $A$  durch den Flächeninhalt eines Trapezes abschätzen. Geben Sie die Eckpunkte eines geeigneten Trapezes an und berechnen Sie seinen Flächeninhalt.