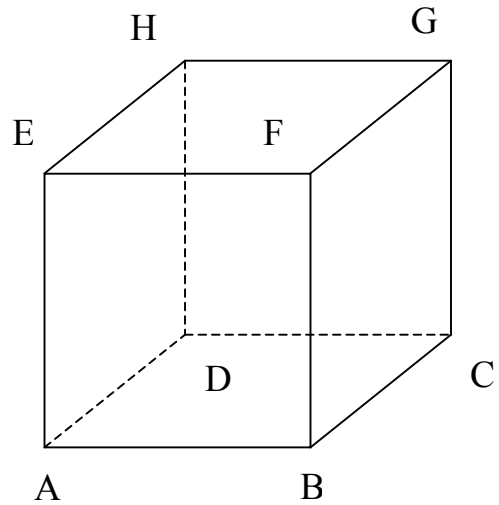


BE
6
2
5
4
4
2
4
5
2
6
40

**VI.**

Gegeben sind im kartesischen Koordinatensystem die Punkte  $A(2|-1|0)$ ,  $B(6|3|-2)$  und  $H(4|1|8)$ . Die Punkte A, B und H sind Eckpunkte des Würfels ABCDEFGH.



1. a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene T, die durch das Dreieck ABH bestimmt ist, in Normalenform. Welche besondere Lage im Koordinatensystem hat T? [mögliches Ergebnis:  $x_1 - x_2 - 3 = 0$ ]
- b) Das Dreieck ABH wird durch den Punkt G zu dem Rechteck ABGH ergänzt. Berechnen Sie die Koordinaten von G. [Ergebnis:  $G(8|5|6)$ ]
  
2. Nun sollen die Koordinaten der übrigen Eckpunkte ermittelt werden.
  - a) Bestimmen Sie die Länge der Diagonalen [BG] und begründen Sie, dass der Abstand des Punkts C von der Ebene T den Wert  $3\sqrt{2}$  hat.
  - b) Die Gerade g steht senkrecht auf der Ebene T und halbiert die Diagonale [BG]. Stellen Sie eine Gleichung von g auf.
  - c) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C und F. Verwenden Sie dabei, dass die  $x_1$ -Koordinate von C kleiner ist als die von F. [Ergebnis:  $C(4|7|2)$ ,  $F(10|1|2)$ ]
  - d) Bestimmen Sie die Koordinaten der Eckpunkte D und E.
  
3. Die sechs Mittelpunkte der Seitenflächen des Würfels sind Eckpunkte eines regulären Oktaeders.
  - a) Begründen Sie anhand einer Skizze, dass die Kantenlänge des Oktaeders halb so lang ist wie die Diagonale einer Würfelseitenfläche.
  - b) Eine der Seitenflächen des Oktaeders liegt in der Ebene mit der Gleichung  $x_1 + x_2 + x_3 - 7 = 0$  (Nachweis nicht erforderlich). Bestimmen Sie den Abstand d des Oktaedermittelpunkts von einer Seitenfläche des Oktaeders. [zur Kontrolle:  $d = \sqrt{3}$ ]
  - c) Geben Sie eine Gleichung der Inkugel des Oktaeders an.
  - d) Um wie viel Prozent (auf eine Dezimale genau) ist das Volumen der Inkugel des Oktaeders kleiner als das Volumen des Oktaeders?