

Fachabitur 2023 Mathematik NT Infinitesimalrechnung A II

Teilaufgabe 1.

Gegeben ist die Funktion $g : x \mapsto -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$ mit der Definitionsmenge $D_g = [-3; 3]$. Ihr Graph in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_g bezeichnet.

Teilaufgabe 1.1 (2 BE)

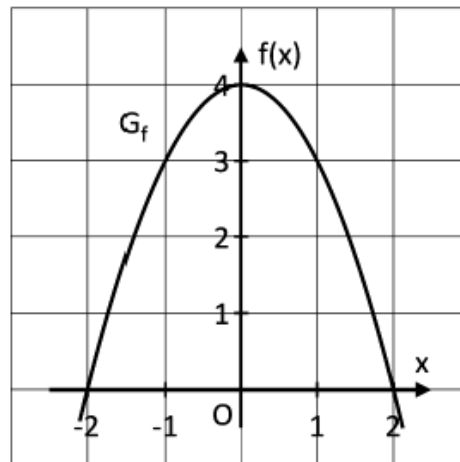
Untersuchen Sie den Graphen der Funktion g auf Symmetrie zum Koordinatensystem.

Teilaufgabe 1.2 (4 BE)

Ermitteln Sie alle Extremstellen der Funktion g .

Teilaufgabe 2.

Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen G_f einer ganzrationalen Funktion f zweiten Grades mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$.



Teilaufgabe 2.1 (4 BE)

Der Graph der Funktion f und die x -Achse schließen ein endliches Flächenstück ein. Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts dieses Flächenstücks.

Teilaufgabe 2.2 (4 BE)

Die Funktion F mit der Definitionsmenge $D_F = \mathbb{R}$ ist eine Stammfunktion von f . Ihr Graph in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_F bezeichnet.

Beschreiben Sie den Globalverlauf des Graphen G_F in Worten. Gehen Sie auch auf das Monotonieverhalten, die Lage und die Art der Extremstellen sowie auf die Lage der Wendestelle von F ein.

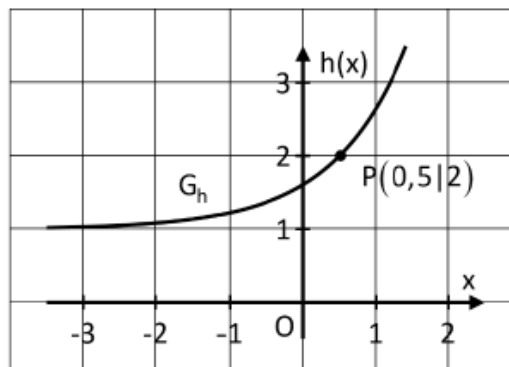
Teilaufgabe 3. (3 BE)

Lösen Sie die folgende Gleichung über der Grundmenge der reellen Zahlen.

$$(e^x)^2 - 25 = 0$$

Teilaufgabe 4.

Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen G_h einer Exponentialfunktion h mit der Definitionsmenge $D_h = \mathbb{R}$. Der zugehörige Funktionsterm besitzt die Form $h(x) = e^{x+d} + y_0$ mit $d, y_0 \in \mathbb{R}$.

**Teilaufgabe 4.1** (3 BE)

Bestimmen Sie mithilfe der obigen Abbildung nachvollziehbar die Werte der Parameter d und y_0 .

Teilaufgabe 4.2 (2 BE)

Entscheiden Sie anhand des Graphen der Funktion h , ob die nachfolgende Aussage wahr oder falsch ist. Veranschaulichen Sie Ihre Überlegungen dazu in der Abbildung unter 4.

$$\int_{-1}^1 (2 - h(x)) \, dx > 0$$

Teilaufgabe 5.

Der Graph der Funktion f mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$ schneidet in einem kartesischen Koordinatensystem die y-Achse beim Wert $y = 2$ und verläuft durch den Extrempunkt $E(2|1, 2)$. Außerdem ist bekannt, dass der Funktionsterm durch $f(x) = ax^3 + bx^2 - 0,9x + c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ dargestellt werden kann.

Teilaufgabe 5.1 (6 BE)

Bestimmen Sie im Funktionsterm von f die Werte der Parameter a , b und c .

Teilaufgabe 5.2

Im Folgenden wird die Funktion g mit $g(x) = f(x) = -0,025(x^3 - 12x^2 + 36x - 80)$ und der Definitionsmenge $D_g = [0; 7]$ betrachtet. Der Graph von g in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_g bezeichnet.

Teilaufgabe 5.2.1 (9 BE)

Bestimmen Sie jeweils die Art und die Koordinaten aller Extrempunkte von G_g und geben Sie die Wertemenge W_g von g an.

Teilaufgabe 5.2.2 (4 BE)

Zeichnen Sie den Graphen G_g unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte für $0 \leq x \leq 7$ in ein Koordinatensystem.
Maßstab für die x-Achse: 1 LE = 1 cm, für die y-Achse: 1 LE = 2 cm

Teilaufgabe 5.2.3 (3 BE)

Der Graph G_g , die x-Achse und die beiden Geraden mit den Gleichungen $x = 2$ und $x = 6$ schließen ein endliches Flächenstück ein. Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts dieses Flächenstücks.

Teilaufgabe 6.

Beim Aufladen des Akkus eines Smartphones fließt ein Ladestrom von 2000 Milliampere. Sobald der Akku optimal geladen ist, verringert das Ladegerät den Ladestrom um eine Überladung zu vermeiden.

Die Funktion I mit $I(t) = 2000 \cdot 0,5^{\frac{t}{4,88}}$ und $t \in D_I \subset \mathbb{R}$ modelliert den Verlauf des Ladestroms ab dem Erreichen der optimalen Akkuladung zur Zeit $t = 0$ bis zur endgültigen Abschaltung des Ladegeräts zur Zeit $t_{\text{end}} > 0$. Die Funktionswerte von I entsprechen der Stärke des Ladestroms in Milliampere und t entspricht der Zeit in Minuten.

Bei den Berechnungen kann auf das Mitführen von Einheiten verzichtet werden.

Teilaufgabe 6.1 (3 BE)

Zeigen Sie, dass sich der Funktionsterm näherungsweise auch in der Form $\tilde{I}(t) = 2000 \cdot e^{-0,142 \cdot t}$ schreiben lässt.

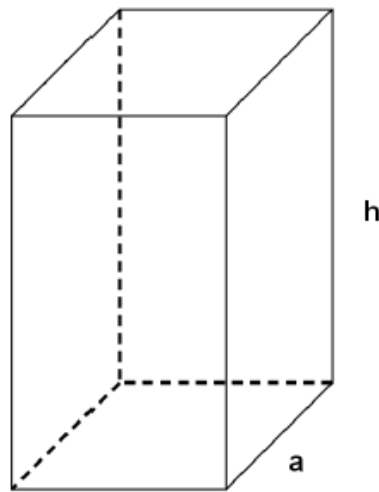
Teilaufgabe 6.2 (4 BE)

Das Ladegerät schaltet sich komplett ab, wenn die Ladestromstärke auf 100 Milliampere abgesunken ist. Ermitteln Sie t_{end} unter Verwendung des Funktionsterms aus 6.1.

Runden Sie das Ergebnis auf ganze Minuten und geben Sie eine sinnvolle Definitionsmenge für \tilde{I} an.

Teilaufgabe 7.

Die Firma FACTUS soll für einen Süßwarenhersteller quaderförmige Verpackungen für Schokoladenbonbons produzieren. Der Auftraggeber verlangt, dass die Verpackung eine quadratische Grundfläche aufweist und dass die Summe aus Länge, Breite und Höhe 45 cm beträgt, damit der Verpackungsautomat die gefalteten Verpackungen verarbeiten und befüllen kann. Die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche wird mit a bezeichnet.



Die Werte der Funktion $V : a \mapsto V(a)$ geben jeweils das Volumen der Verpackung in cm^3 an. Damit die Verpackung handlich bleibt, soll die Seitenlänge a der Grundfläche mindestens 10 cm und höchstens 20 cm betragen.

Bei den Berechnungen kann auf das Mitführen der Einheiten verzichtet werden.

Teilaufgabe 7.1 (3 BE)

Bestimmen Sie einen Funktionsterm der Funktion V .

[Mögliches Ergebnis: $V(a) = 45a^2 - 2a^3$]

Teilaufgabe 7.2 (7 BE)

Ermitteln Sie die Maße einer Verpackung der Firma FACTUS, die den Vorgaben entspricht und dabei maximales Volumen besitzt. Geben Sie die spezielle Form dieser Verpackung an und berechnen Sie das Volumen.

Teilaufgabe 7.3 (4 BE)

Die Firma FACTUS bekommt den Auftrag, 6000 würfelförmige und bedruckte Verpackungen mit einer Kantenlänge von 15 cm herzustellen.

Aus Kostengründen überlegt die Firma, ob sie den Druckauftrag an die eigene Druckerei FACTUS-Print geben soll oder ob das Angebot der Konkurrenzfirma PappDruck günstiger ist. Bei den Verpackungen werden alle Außenflächen außer der Bodenfläche bedruckt.

	Druckkosten	Rabatt
<i>FACTUS-Print</i>	8 Cent pro 1000 cm ²	Kein Rabatt
<i>PappDruck</i>	9 Cent pro Verpackung	Bedruckung jedes 10. Würfels gratis

Entscheiden Sie rechnerisch, welche Firma aus wirtschaftlicher Sicht den Druckauftrag bekommen sollte.