

Fachabitur 2011 Mathematik T Geometrie B II

In einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 sind die Punkte $P(1;0;0)$, $Q(0;1;0)$, $R(0;0;1)$ und $S_k(k;k;k)$ mit $k \in \mathbb{R}$ gegeben.

Teilaufgabe 1.1 (6 BE)

Berechnen Sie die Werte des Parameters k für die die gegebenen Punkte eine dreiseitige Pyramide aufspannen.

Teilaufgabe 1.2 (6 BE)

Bestimmen Sie, für welche Werte des Parameters k die Pyramide ein reguläres Tetraeder, also eine gleichseitige Pyramide ist.

Methan CH_4 ist eine Kohlenstoffwasserbindung. Das Molekül hat die Form eines regulären Tetraeders, in dessen Ecken sich die H-Atome befinden. Das C-Atom liegt im Punkt C , gleich weit von allen H-Atomen entfernt. Der Punkt C teilt die Höhen des Tetraeders im Verhältnis $3 : 1$. Die Ecken des Tetraeders, also die Lage der H-Atome, seien die Punkte aus Aufgabe 1 mit $k = 1$, also $P(1;0;0)$, $Q(0;1;0)$, $R(0;0;1)$ und $S_1(1;1;1)$.

Teilaufgabe 2.1 (3 BE)

Die Punkte P , Q und S_1 liegen in einer Ebene F . Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Ebene in Koordinatenform.

[Mögliches Ergebnis: $F : x_1 + x_2 - x_3 - 1 = 0$]

Teilaufgabe 2.2 (3 BE)

Bestimmen Sie das Volumen des Tetraeders $PQ S_1 R$.

Teilaufgabe 2.3 (4 BE)

Der Punkt T ist der Fußpunkt des vom Punkt R auf die Ebene F gefällten Lotes. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes T .

[Ergebnis: $T \left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3} \right)$]

Teilaufgabe 2.4 (4 BE)

Berechnen Sie die Koordinaten des C-Atoms.

[Ergebnis: $C \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$]

Teilaufgabe 2.5 (4 BE)

Bestimmen Sie den Winkel φ zwischen zwei C-H-Bindungen, also z.B. den Winkel $PC S_1$.