Fachabitur 2010 Mathematik T Geometrie B II

In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ mit dem Ursprung O sind die Punkte $A(1;0;-2)$, $B(-1;2;2)$ und $C_k(k;-k;-2-k)$ mit $k \in \mathbb{R}$ gegeben.

Teilaufgabe 1.1 (3 BE)

Untersuchen Sie für welche Werte von k die drei Vektoren $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ und $\overrightarrow{OC_k}$ eine Basis des $\mathbb{R}^3$ bilden.

Teilaufgabe 1.2

Die Punkte O, A, B und C_k bilden einen Tetraeder.
Berechnen Sie alle Werte von k, für die das Volumen des zugehörigen Tetraeders 1VE beträgt.

Teilaufgabe 1.3 (4 BE)

Bestimmen Sie k so, dass der zugehörige Punkt C_k von den Punkten A und B gleich weit entfernt ist.

Die Punkte A und B legen die Gerade g fest, die Punkte C_k liegen auf der Geraden h.

Teilaufgabe 1.4.1 (5 BE)

Geben Sie für die beiden Geraden g und h jeweils eine Gleichung an und untersuchen Sie die gegenseitige Lage dieser beiden Geraden.

Teilaufgabe 1.4.2 (8 BE)

Stellen Sie eine Gleichung der Geraden i auf, die die beiden Geraden g und h jeweils senkrecht schneidet.

Die Punkte A, B und C_k aus 1 legen für jeden Wert von k genau eine Ebene E_k fest.

Teilaufgabe 2.1 (2 BE)

Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E_k in Normalenform.
[Mögliches Ergebnis: $E_k : k\,x_1 + (k-2)x_2 + x_3 - k + 2 = 0$]

Teilaufgabe 2.2 (4 BE)

Gegeben ist außerdem die Ebene $H : x_1 - x_2 - 2x_3 + 19 = 0$
Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes S, der sowohl auf der Ebene H als auch auf jeder Ebene E_k liegt.